Решения задач и критерии проверки МОШ по экономике 2022

. 8 класс. Задача 1. Квартирный вопрос (45 баллов)

1. **(10 баллов за пункт 1)**
   Если Катя останется жить в общежитии, то её полезность $U_o = \sqrt{M}$.
   Если она снимет квартиру вместе с подругой, то полезность будет $U_1 = \frac{6}{5}\sqrt{M - \frac{50160}{2}} = \frac{6}{5}\sqrt{M - 25080}$ **(5 баллов)**
   Катя решится съехать из общежития, если $\sqrt{M} \le \frac{6}{5}\sqrt{M - 25080}$ **(3 балла)**
   $M \le \frac{36}{25}(M - 25080)$
   $M \ge \frac{36*25080}{11}$
   $M \ge 82080$ **(2 балла)**

2. **(7 баллов за пункт 2)**
   В этом случае Катя должна сравнить полезность от самостоятельной аренды квартиры и проживания с подругой:
   $U_2 \ge$, то есть: $\frac{4}{3}\sqrt{M - 50160} \ge \frac{6}{5}\sqrt{M - 25080}$ **(5 баллов)**
   $\frac{16}{9}(M - 50160) \ge \frac{36}{25}(M - 25080)$
   $M \ge \frac{476}{152} * 50160 = 157080$ **(2 балла)**

3. **(15 баллов за пункт 3)**
   Теперь цена аренды квартиры не известна. Допустим, она равна X:
   $\frac{4}{3}\sqrt{M - X} \ge \frac{6}{5}\sqrt{M - \frac{X}{2}}$**(10 баллов)**
   $M \ge \frac{476}{152}X$,
   $\frac{X}{M} \le \frac{152}{476} = \frac{38}{119} \approx 31\%$ **(5 баллов)**

4. **(13 баллов за пункт 4)**
   Аргументы в пользу роста арендной платы:
   рост цен на стройматериалы => рост цены новостроек - субститута аренды => спрос на аренду растет, цена растет;
   рост цен на стройматериалы => рост цены новостроек, которые затем сдаются в аренду => предложение аренды снижается, цена растёт;
   рост цен на стройматериалы => рост цены новостроек => рост спроса на вторичное жильё => рост цен на вторичном рынке жилья => у владельцев квартир больше стимулов их продать, а не сдавать в аренду => предложение аренды снижается, цена растёт
   (за первый уместный аргумент с обоснованием - 3 балла, за второй аргумент - 4 балла, за третий аргумент - 6 баллов, за аргумент без обоснования - не более 2 баллов за каждый)

. 8 класс. Задача 2. Флеш-дискриминация (30 баллов)

$Q_c = 400 - 0{,}5p$
$Q_ш = 350 - p$

1. **(12 баллов за пункт 1).** Так как возможно назначение разн (25 баллов)ых цен на флеш-карты, предприниматель максимизирует выручку на обоих рынках по отдельности: **(4 балла за идею с объяснением)**

   $TR_c = 400p_c - 0{,}5p_c^2 \underset{p_c}{\longrightarrow} max$

   $TR_ш = 350p_ш - p_ш^2 \underset{p_ш}{\longrightarrow} max$ Это две параболы с ветвями вниз, поэтому ищем максимум

   (Возможно аналогичное альтернативное решение через максимизацмию функций прибыли $TR(Q)$).
   (по 3 балла за каждую функцию выручки)

$p_c^* = 400$
$p_ш^* = 175$
(по 1 баллу за нахождение каждой оптимальной цены;
если ни разу не обосновано условие второго порядка - штраф 1 балл)

2. **(13 баллов за пункт 2))**
   Найдем суммарный спрос **(3 балла)**:

$$Q^{\Sigma} = \begin{cases} 0, & \text{если } p \geq 800; \\ 400 - 0{,}5p, & \text{если } 400 \leq p < 800; \\ 750 - 1{,}5p, & \text{если } 0 \leq p < 400. \end{cases}$$

Теперь найдем суммарную выручку **(3 балла)**:

$$TR^{\Sigma} = \begin{cases} 0, & \text{если } p \geq 800; \\ 400 - 0{,}5p^2, & \text{если } 400 \leq p < 800; \\ 750p - 1{,}5p^2, & \text{если } 0 \leq p < 400. \end{cases}$$

Это параболы с ветвями вниз.

- если продается только студентам, то $p^* = 400$
- если продается обеим группам, то $p^* = 250$

(по 1 баллу за нахождение каждой оптимальной цены;
если ни разу не обосновано условие второго порядка - штраф 1 балл)
Обе цены входят в область определения, проверим выручку для каждой цены

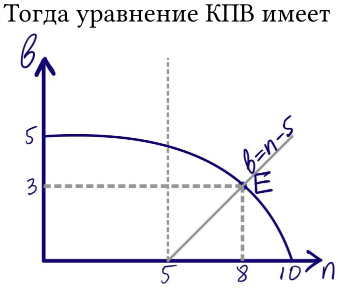
$TR(p = 400) = 200 \times 400 = 80000$
$TR(p = 250) = 250 \times 375 = 93750$
Будет назначена цена $p = 250$ **(5 баллов за сравнение выручек и выбор оптимальной цены**

3. **(5 баллов за пункт 3))** Найдем выручку в пункте а) $TR = 400 \times 200 + 175 \times 175 = \boxed{110625}$ **(1 балл)**
   Выручка в пункте 2) равна $TR(p = 250) = \boxed{93750}$
   Выручка в пункте 1) больше. Прибыль в пункте 1) также будет выше, чем прибыль во втором пункте. Это достигается при помощи ценовой дискриминации третьего типа, то есть назначения разных цен разным группам покупателей (или на разных рынках). **(4 балла за сравнение выручек и объяснение причины того, что прибыль в пункте 1) будет выше**

. 8 класс. Задача 3. Смурф-торговля (45 баллов)

$N = 100; \quad b = 0{,}5\sqrt{x_b}; \quad n = \sqrt{x_n}$

1. **(10 баллов за пункт 1)**
   Всего в деревне 100 смурфов, которые могут в любой пропорции поделить обязанности.
   Чтобы собрать b кг ягод, нужно $4b^2$ смурфов.
   Чтобы собрать n кг орехов, нужно n^2 смурфов.
   Если все смурфы заняты сбором ягод или грибов, то: $x_b + x_n = 100$ **(1 балл)**
   $x_b = 4b^2; \quad x_n = n^2$ **(3 балла)**
   Тогда уравнение КПВ имеет вид $4b^2 + n^2 = 100$. **(3 балла)**



$b^{max} = 5$кг ягод
$n^{max} = 10$кг орехов
КПВ похожа на четверть элипса.
(3 балла при указании точек пересечений с осями и подписывании осей)

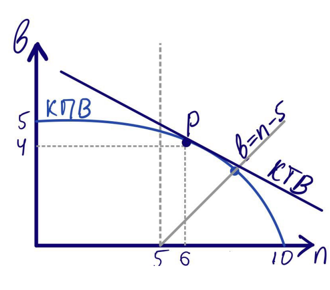
2. **(10 баллов за пункт 2)**
 При таких предпочтениях у смурфов есть строгая пропорция потребления. Ягоды и орехи являются совершенными комплементами с пропорцией $b^* = n^* - 5$ в оптимуме.**(3 балла за верную пропорцию)**
 Найдем пересечение КПВ и "линии наборов оптимальных для потребления:

$$\begin{cases} 4b^2 + n^2 = 100 \\ b = n - 5 \textbf{(3 балла за создание системы)} \end{cases}$$

 $\Rightarrow 4(\text{n - }5)^2 + n^2 = 100 \Rightarrow 5\text{n}^2 = 40n$, $n^* = 8$ $b^* = 3$ **(2 балла за оптимальное количество собранных ягод и орехов)**
 При этом для сбора ягод потребуется 36 смурфов, а для сбора орехов 64 смурфа **(2 балла за оптимальное распределение смурфов)**

3. (a) **25 баллов за пуннкт 3)**
 (18 баллов за 3(a) - 3(c))
 Рынки ягод и орехов совершенно конкурентны, поэтому цена орехов p_n постоянна. Поскольку цены постоянны, их соотношение $\frac{p_n}{p_b}$ постоянно и равно пропорции обмена орехов на ягоды (то есть альтернативным издержкам единицы орехов на внешнем рынке).
 Так как $p_b = 1$, "внешние"альтернативные издержки единицы орехов в ягодах (то есть отношение предельных издержек производства) $АИ_w(1n) = \frac{MC_n}{MC_b} = \frac{p_n}{p_b} = p_n = p$
 (3 балла за обоснованное нахождение внешних альтернативных издержек/пропорции обмена благ на внешнем рынке)
 По условию задачи в любой точке альтернативные издержки производства единицы орехов (в ягодах) равны $АИ(1n) = \frac{n}{4b}$, а в точке оптимума $n^* = 6$; $b^* = 4$. Следовательно, альтернативные издержки производства оптимальной единицы орехов равны $АИ(1n^*) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$
 (то же самое можно было найти "в лоб выразив $b = \sqrt{25 - n^2/4}$ и получив значение
 $АИ(1n) = -b'(n) = \frac{2n}{8\sqrt{25-n^2/4}}$
 Откуда $АИ(1n) = \frac{n}{4\sqrt{25-n^2/4}}$
 Подставив $n^* = 6$, получим $АИ(1n^*) = \frac{6}{4\sqrt{25-6^2/4}} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$)
 (3 балла за нахождение значения альтернативных издержек в точке оптимального выпуска)
 Заметим, что альтернативные издержки производства единицы орехов возрастают, а "внешние"альтернативные издержки (соотношение рыночных цен) постоянны, то в точке оптимального выпуска альтернативные издержки внутреннего производства совпадают с внешними альтернативными издержками, то есть АИвнутр(n) = АИвнешн(n).
 (3 балла за обоснование касания КПВ и КТВ)
 Тогда $\frac{3}{8} = p$, следовательно $p_n = \frac{3}{8}$ **(2 балла за нахождение цены орехов)**

 (b) Стоимость собранных ягод и орехов: $6 \times \frac{3}{8} + 4 \times 1 = 6{,}25$ **(1 балл за определение стоимости набора)**

 (c) 

 (за график КТВ с указанием точек пересечения с осями - 3 балла)

 Точка P – это производственный оптимум деревни (точка специализации). Ее координаты известны из условия, выше показано, как может быть интерпретирована информация о данной точке (альтернативный вариант - построение линий уровня для соотношений рыночных цен и нахождение наиболее высокой линии, которая и будет являться кривой торговых возможностей). В точке P равны альтернативные издержки производства единицы орехов ($АИ_n$) и соотношение рыночных цен орехов и ягод, которое равно p.
 КТВ – это линяя, проходящая через точку специализации с углом наклона $p = \frac{3}{8}$
 Зная стоимость собранных ягод и орехов в точке P и цены за единицу ягод и орехов, можно записать уравнение КТВ (альтернативно можно было получить координаты одной из точек пересечения с осями, исходя из возможности продать все собранные в точке P ягоды или орехи)
 $b + \frac{3}{8}n = 6{,}25$
 (3 балла за обоснованную запись уравнения КТВ)

(d) **(3 балла за пункт (d))**
Предпочтения Смурфов не изменились $b^* = n^* - 5$
Теперь все доступные наборы ограничены КТВ деревни. $\frac{3}{8}n + 1 \times b = 6{,}25$
Найдем оптимальный набор потребления Смурфов при торговле:

$$\begin{cases} b^* = n^* - 5 \\ \frac{3}{8}n + b = 6{,}25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n^* = \frac{90}{11}; \\ b^* = \frac{35}{11} \end{cases}$$

(3 балла за нахождение оптимума)

(e) **(4 балла за пункт (e))**
Смурфы импортируют орехи **(1 балл)**и экспортируют ягоды **(1 балл)**, т.к. они производят 6кг орехов и 4кг ягод, но потребляют больше орехов ($\frac{90}{11}$) и меньше ягод ($\frac{35}{11}$).
Импорт орехов равен: $\frac{90}{11} - 6 = \frac{24}{11}$ (кг) **(1 балл)**
Экспорт ягод равен: $4 - \frac{35}{11} = \frac{9}{11}$ (кг) **(1 балл)**

. 8 класс. Задача 4. Трансформеры (30 баллов)

1. **(12 баллов за пункт 1)**
Мы будем считать трансформеров (в отличие от людей) бесконечно делимыми. По условию задачи цель каждого трансформера - вырабатывать как можно больше энергии, то есть обеспечить максимальную предельную производительность. **(1 балл)**
Найдем предельную производительность трансформеров на каждом берегу.
На правом берегу $MP_{\text{ТП}} = 15{,}5 - 2T_{\text{П}}$ **(2 балла)**
На левом берегу $MP_{\text{ТЛ}} = 0{,}5$ **(1 балл)**
Заметим, что предельная производительность трансформера на левом берегу больше, чем на правом, если на левом берегу мало трансформеров, но чем больше трансформеров, тем предельная производительность ниже. На правом берегу предельная производительность невысока, но постоянна. **(2 балл за указание на динамику предельных производительностей)**
В итоге трасформеры будут отправляться на правый берег, до тех пока выполняется условие $MP_{\text{ТП}} \geq MP_{\text{ТЛ}}$
$15{,}5 - 2T_{\text{П}} \geq 0{,}5$
$2T_{\text{П}} \leq 15$ **(2 балла за неравенство)**
Тогда в равновесии будет выполняться условие $T^*_{\text{П}} = 7{,}5$, $T^*_{\text{Л}} = 22{,}5$
(по 1 баллу за нахождение равновесного количества трансформеров на каждом берегу)
Равновесный объем энергии на левом берегу будет равен $E^*_{\text{П}} = 15{,}5T^*_{\text{П}} - T^{*\,2}_{\text{П}} + 240$
При этом $T^*_{\text{П}} = 7{,}5$

Итак, $E^*_{\text{П}} = (15{,}5 - 7{,}5) * 7{,}5 + 240 = 300$,
$E^*_{\text{Л}} = 0{,}5 * 22{,}5 = 11{,}25$
(по 1 баллу за определение равновесного количества энергии)

2. **(11 баллов за пункт 2)** Праймус будет максимизировать суммарный объем энергии: $E_{\text{П}} + E_{\text{Л}} \longrightarrow max$ **(2 балла)**
$-T^2_{\text{П}} + 15{,}5T_{\text{П}} + 240 + 0{,}5T_{\text{Л}}$, где $T_{\text{П}} + T_{\text{Л}} = 30$ **(2 балла)**
$-T^2_{\text{П}} + 15{,}5T_{\text{П}} + 240 + 0{,}5(30 - T_{\text{П}} \longrightarrow max$
$-T^2_{\text{П}} + 15T_{\text{П}} + 255 \longrightarrow max$ **(2 балла)**
Это парабола ветвями вниз, ее вершина в точке максимума: $T^*_{\text{П}} = \frac{15}{2} = 7{,}5$ **(1 балл)**
$T_{\text{Л}} = 22{,}5$ **(1 балл)**
$E^*_{\text{П}}(7{,}5) = 300$
$E^*_{\text{Л}}(22{,}5) = 11{,}25$ $E^* = 311{,}25$**(по 1 баллу за каждое верное значение количества энергии)**

3. Объяснение – **(до 7 баллов за пункт 3)**
Участник может при объяснении использовать понятия: Паретто - эффективность, внешние эффекты, трагедия общин. Парадокс задачи: несмотря на то, что в первом случае решение принимает каждый трансформер самостоятельно, а во втором - решение принимается в интересах всех, решения оказываются одинаковыми. Это происходит потому, что каждый трансформер рассматривает общую производственную

функцию и учитывает, какую отдачу он принесет в интересах всех. В результате распределение трансформеров в обоих случаях (в пунктах 1 и 2) является Парето-эффективным, не возникает внешних эффектов и отсутствует явление трагедии общин.